

К ВОПРОСУ РАЗРАБОТКИ КОНИЧЕСКОЙ ФИЛЬТРУЮЩЕЙ ЦЕНТРИФУГИ

Г.М. Харченко

В статье анализируется процесс центрифугирования соевого масла в конической центрифуге. Рассматривается движение соевого масла по конической поверхности, что позволило определить критическую угловую скорость вращения центрифуги, при которой обрабатываемая жидкость выводится из зоны фильтрования. Рассматриваются условия осаждения взвешенных примесей во вращающемся коническом резервуаре.

Рабочий орган конической центрифуги представляет собой емкость формы круглого конуса, обращенного вершиной вниз и вращающегося вокруг своей вертикальной оси симметрии. Сверху фильтрующая коническая центрифуга заполняется соевым маслом, содержащим механические, коллоидные примеси, в том числе и взвешенные остатки дробления соевого зерна. Через перфорационные отверстия в нижней части конуса соевое масло выводится между обечайками, далее поднимается за счет разности давлений и центробежных сил инерции через фильтрующий материал – цеолит и через перфорационные отверстия в верхней части второй обечайки выводится в виде очищенного продукта (рис. 1).

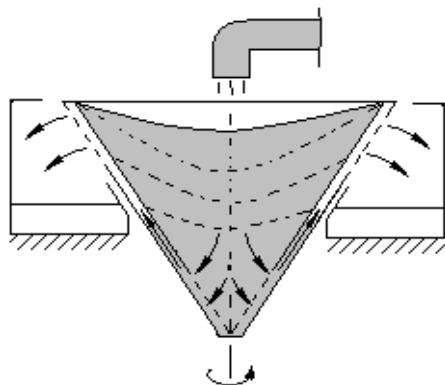


Рис. 1. Схема процесса осаждения и фильтрации

Для соевого масла, заполняющего полость конуса с углом $2\theta_0$ при вершине, возможен разрыв свободной поверхности, когда частицы соевого масла за счет центробежных сил инерции при достаточно большой угловой скорости вращения начинают отрываться от свободной поверхности и скользить вверх по наклонной конической поверхности. Необходимо рассчитать критический профиль свободной поверхности и соответствующую угловую скорость ω^* .

Обозначим: $l^2 = x^2 + y^2$ квадрат расстояния элементарного объема жидкости до оси вращения Oz ; v – объем соевого масла, заполняющего конус, m^3/c ; z_0 – координата вершины параболоида.

Тогда уравнение свободной поверхности запишется

$$z = z_0 + \frac{\omega^2}{2g} l^2,$$

а уравнение внутренней поверхности конуса – $z = l \operatorname{Ctg} \theta_0$.

Координаты крайних точек свободной поверхности определяются из совместного решения последних двух уравнений и соответствуют меньшему из корней квадратного уравнения

$$\frac{\omega^2}{2g} l_k^2 - \operatorname{Ctg} \theta_0 l_k + z_0 = 0.$$

Большой из корней определяет на конусе горизонтальную границу, ниже которой частицы жидкости скатываются к краю свободной поверхности, а выше – отбрасываются центробежными силами вверх. Если дискриминант обращается в ноль,

$$D = \operatorname{Ctg}^2 \theta_0 - 2 \frac{\omega^2 z_0}{g} = 0,$$

единственный корень уравнения

$$l_k^* = \frac{g}{\omega^2} \operatorname{Ctg} \theta_0.$$

определяет критический профиль поверхности, при котором параболоид касается конуса (рис.2).

Используя свойство несжимаемости всего объема соевого масла (m^3/c), имеем

$$l_k = l_k^* \quad v = \frac{\pi (l_k^*)^3 \operatorname{Ctg} \theta_0}{12}.$$

Отсюда для данного объема соевого масла v получаем

$$l_k^* = \sqrt[3]{\frac{12v}{\pi \operatorname{Ctg} \theta_0}}, \quad z_k^* = l_k^* \operatorname{Ctg} \theta_0, \quad z_0^* = z_k^* / 2, \quad \omega^* = \sqrt{\frac{g}{l_k^*} \operatorname{Ctg} \theta_0}. \quad (1)$$

К ВОПРОСУ РАЗРАБОТКИ КОНИЧЕСКОЙ ФИЛЬТРУЮЩЕЙ ЦЕНТРИФУГИ

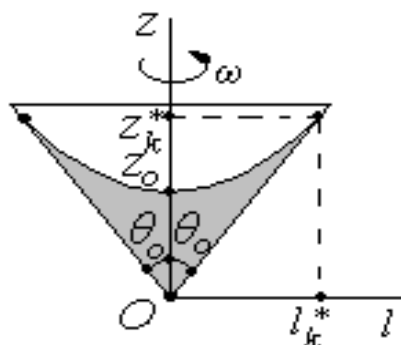


Рис. 2. Критический профиль свободной поверхности соевого масла

Если данная угловая скорость ω больше критической, $\omega > \omega^*$, то за счет отбрасывания частиц соевого масла вверх происходит уменьшение исходного объема v , и данная угловая скорость становится критической для нового объема v_1 .

Известно явление центрифугирования взвешенных твердых частиц во вращающемся объеме жидкости во время которого частицы, имеющие большую плотность, чем жидкость, осаждаются и отдаляются от оси вращения. Частицы, имеющие меньшую плотность, наоборот, всплывают и приближаются к оси вращения. Коническое днище объема соевого масла изменяет характер центрифугирования «тяжелых» частиц. Их поведение можно описать дифференциальными уравнениями движения материальной частицы по шероховатой поверхности в сопротивляющейся среде. В соответствии с общей теорией относительного движения необходимо ко всем действующим силам добавить переносную $\Phi_{пер}$ и кориолисову $\Phi_{кор}$ силы инерции [1, 2]. Дифференциальные уравнения относительного движения материальной частицы составляем на основе закона проекция на оси локальной системы координат $m r \theta \varphi$ [3]:

$$m \ddot{r} = -mg \cos \theta_0 + mr (\dot{\varphi} + \omega)^2 \sin^2 \theta_0 + F_r, \quad (2)$$

$$mr \sin \theta_0 \ddot{\varphi} = -2m \dot{r} (\dot{\varphi} + \omega) \sin \theta_0 + F_\varphi, \quad (3)$$

$$N = mg \sin \theta_0 + mr (\dot{\varphi} + \omega)^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0. \quad (4)$$

$$ma = \sum_{k=1}^n F_k + \Phi_{пер} + \Phi_{кор},$$

где a – относительное ускорение частицы;

$\sum_{k=1}^n F_k$ – сумма всех действующих на частицу сил.

В нашем случае

$$\sum_{k=1}^n F_k = G + N + F.$$

На частицу действуют: сила тяжести G , нормальная реакция N и сила сопротивления движению F . Движение материальной частицы по конической поверхности будет описываться следующими дифференциальными уравнениями в (5)

$$F_{1\varphi} = -fN \frac{r \dot{\varphi} \sin \theta_0}{\sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta_0}},$$

$$F_{1r} = -fN \frac{\dot{r}}{\sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta_0}}, \quad (5)$$

$$F_{2r} = -\mu \dot{r}, \quad F_{2\varphi} = -\mu r \dot{\varphi} \sin \theta_0.$$

Сила сопротивления движению F может состоять из двух составляющих: силы трения F_1 (при этом коэффициент трения f зависит от формы частицы и условий ее контакта с конической поверхностью), направленной в сторону, противоположную относительной скорости частицы, а также составляющую силы вязкого сопротивления F_2 , направленную противоположно относительной скорости частицы и пропорциональную этой скорости (коэффициент пропорциональности μ – коэффициент сопротивления среды, зависит от формы частицы, вязкости среды).

Таким образом, $F = F_1 + F_2$, при $V \neq 0$: уравнения (2), (3), с учетом (4), (5), представляют собой дифференциальные уравнения движения механических примесей соевого масла по конической поверхности фильтрующей центрифуги. Эти два дифференциальных уравнения второго порядка относительно неизвестных функций $r(t)$, $\varphi(t)$ определяют положение механических примесей соевого масла на конической поверхности в каждый момент времени t .

Начальные условия вида $r(t_0) = r_0$, $\varphi(t_0) = \varphi_0$, $\dot{r}(t_0) = \dot{r}_0$, $\dot{\varphi}(t_0) = \dot{\varphi}_0$ определяют соответствующее единственное решение, если при этом нормальная реакция не отрицательна, $N \geq 0$, и относительная скорость не обращается в ноль, $V \neq 0$.

Механические примеси соевого масла будут находиться в состоянии относительного покоя некоторый промежуток времени (выпадают в осадок), если в это время выполняются условия:

$$V = 0, \quad |F_1| < fN. \quad (6)$$

Последнее неравенство, с учетом (2)-(5), дает условие:

$$-f(mg\sin\theta_0 + m\omega^2 \sin\theta_0 \cos\theta_0) < -mg\cos\theta_0 + m\omega^2 \sin^2\theta_0 < f(mg\sin\theta_0 + m\omega^2 \sin\theta_0 \cos\theta_0),$$

или систему двух неравенств

$$g(\cos\theta_0 - f\sin\theta_0) < r\omega^2 \sin\theta_0 (\sin\theta_0 + f\cos\theta_0), \quad (7)$$

$$r\omega^2 \sin\theta_0 (\sin\theta_0 - f\cos\theta_0) < g(\cos\theta_0 + f\sin\theta_0). \quad (8)$$

Анализ неравенства (7) показывает, что при $\text{Ctg}\theta_0 < f$ скольжение частиц вниз из состояния относительного покоя невозможно ни при каких значениях g , ω . Если $\text{Ctg}\theta_0 > f$, то состояние относительного покоя возможно только на некотором удалении частицы от оси вращения, а именно при условии

$$r\sin\theta_0 > \frac{g}{\omega^2} \frac{\text{Ctg}\theta_0 - f}{1 + f\text{Ctg}\theta_0}. \quad (9)$$

Анализ неравенства (8) показывает, что при $f\text{Ctg}\theta_0 > 1$ скольжение частицы вверх из состояния относительного покоя невозможно ни при каких значениях g , ω . Если $f\text{Ctg}\theta_0 < 1$, то состояние относительного покоя частицы возможно только в некоторой окрестности оси вращения, а именно при условии

$$r\sin\theta_0 < \frac{g}{\omega^2} \frac{\text{Ctg}\theta_0 + f}{1 - f\text{Ctg}\theta_0}. \quad (10)$$

Таким образом, в общем случае коническая поверхность может иметь три зоны (рис.3).

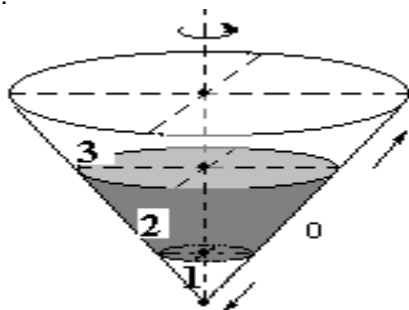


Рис. 3. Зоны конической поверхности соевого масла в фильтрующей центрифуге

В зоне 1 первоначально покоящаяся частица может только скользить вниз по направлению к вершине конуса. В зоне 2 состояние относительного покоя сохраняется неограниченно долго. В зоне 3 первоначально покоящаяся частица может только скользить вверх по направлению от вершины конуса. Наличие и размеры этих зон определяются неравенствами (9) и (10) и зависят от геометрических и динамических (ω , f) параметров конической поверхности. В частности, зона 1 может вырождаться в точку, зона 3 отсутствовать, а зона 2 заполнять всю коническую поверхность. Практически зоны 1 и 2 являются зонами образования осадка, который в исследуемом процессе играет роль дополнительного фильтрующего материала, а зона 3 – зоной подъема тяжелых механических примесей к краю свободной поверхности соевого масла. Исследование движения соевого масла в конической вертикальной центрифуге показывает, что при установившемся движении форма свободной поверхности представляет собой параболоид вращения. Определено критическое значение угловой скорости вращения центрифуги, при которой начинается срыв частиц жидкости на краю свободной поверхности, т.е. происходит выход соевого масла из конической части центрифуги.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1978. – 848 с.
2. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики. – М.: Наука, 1983. – 736 с.
3. Сельвинский В.В., Шабанов А.А. Движение материальной частицы по конической вращающейся поверхности с учетом сил трения и аэродинамического сопротивления среды // Вестник Амурского государственного университета. – Благовещенск, 2004. – Вып. 27. – С.7– 8.